

Ecuaciones Diferenciales II Examen XI

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2024/2025.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Segunda prueba de clase.

Fecha 26 de mayo de 2025.

Ejercicio 1. Se denota por $\theta(t, h)$ a la solución del problema de valores iniciales

$$\ddot{\theta} + \sin \theta = 0, \quad \theta(0) = 6\pi, \quad \dot{\theta}(0) = 2h.$$

Calcula $\frac{\partial \theta}{\partial h}(3\pi, 0)$. Se justificará la existencia de esta derivada.

Ejercicio 2. Para cada $\varepsilon \in \mathbb{R}$ se denota por $]\alpha(\varepsilon), \omega(\varepsilon)[$ al intervalo maximal de la solución del problema

$$\dot{x} = \varepsilon x^3, \quad x(0) = 1.$$

Determina el conjunto $\mathcal{G} = \{(t, \varepsilon) \in \mathbb{R}^2 : \alpha(\varepsilon) < t < \omega(\varepsilon)\}$. Se incluirá una representación gráfica de $\mathcal{G}$.

Ejercicio 3. Se supone que $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ es continua y cumple $F^{-1}(0) = \{0\}$. La sucesión $\{x_n\}_{n \geq 1}$ con $x_n \in \mathbb{R}^3$ cumple:

$$\text{I) } \|x_n\| \leq 7$$

$$\text{II) } \|F(x_n)\| \leq \frac{1}{n}.$$

¿Se puede asegurar que $\{x_n\}$ es convergente?

Ejercicio 4. Para cada $n = 1, 2, \dots$ se denota por $x_n(t)$ a la solución del problema de Cauchy

$$\dot{x} = n \sin\left(\frac{x}{n}\right), \quad x(0) = 1.$$

Calcula, si existe, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(1/2)$.

Ejercicio 5. Dada una función $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ de clase C^1 , demuestra que existe una función continua $A : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^{4 \times 3}$ para la que se cumple

$$F(x) - F(y) = A(x, y)(x - y), \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^3.$$

Además, $A(x, x)$ es la matriz Jacobiana de F en x .